

Determinação do desvio da linha vertical pelo método astrogeodésico no Campus da Universidade Agostinho Neto

Using the astrogeodesic method to determine the vertical line deviation at the Agostinho Neto University Campus

António Alves Teixeira de Carvalho¹

¹Universidade Agostinho Neto, Faculdade de Ciências, Departamento de Engenharia Geográfica, Campus da Universidade Agostinho Neto, Rua Principal do Camama e Rua do Estádio 11 de Novembro, Distrito Cidade Universitária, Luanda, Angola, Doutorado em Ciências Técnicas (Geodesia Espacial), alvesprofessor2015@gmail.com

CITAR COMO:

Carvalho, A. A. T. Determinação do desvio da linha vertical pelo método astrogeodésico no Campus da Universidade Agostinho Neto. Revista Angolana de Geociências, 2020, 2(1), p. 177-184.

INFORMAÇÃO ADICIONAL:

Recebido: 21/09/2020

Aceite: 29/11/2020

*Autor para correspondência:

António Alves Teixeira de Carvalho (e-mail: alvesprofessor2015@gmail.com)

Licença: CC BY-NC

Copyright: Centro de Investigação em Ciências Geológicas Aplicadas

Conflito de interesses: Os autores declaram que não há conflitos de interesses

RESUMO: Este artigo mostra o resultado da determinação do desvio da linha vertical pelo método astrogeodésico para o ponto da rede de aferição no Campus da UAN. A metodologia aplicada no trabalho baseou-se nas observações das coordenadas geodésicas no Sistema de Posicionamento Global (GPS) e de coordenadas astronómicas obtidas por um astro em culminação superior de pontos situados na mesma linha meridiana. Através da comparação das coordenadas astronómicas e as coordenadas geodésicas, calculou-se o desvio da linha vertical de um ponto da rede de aferição. Os valores encontrados no desenvolvimento deste trabalho apontam para resultados preliminares promissores nos componentes do desvio da linha vertical, podendo a metodologia ser utilizada em toda a área do Campus da Universidade Agostinho Neto.

Palavras-chave: Linha Vertical, Astrogeodésico, GPS, Astro, Culminação Superior.

Abstract: This article shows the result of the calculated deviation from the vertical line by the astrogeodetic method from a point in measurement network on the Agostinho Neto University (ANU) Campus. The methodology used in this Project is based on the observations of the geodetic coordinates in the Global Positioning System (GPS), and the astronomical coordinates obtained from an star at the highest culmination of points located at the same meridian line. Through a comparison of the astronomical and geodetic coordinates, the deviation from the vertical line from a point in the measurement network was calculated. The resulting data points to promising preliminary results in the components of the deviation from the vertical line, and the methodology can be used throughout the Agostinho Neto University Campus area.

Keywords: Vertical line; Astrogeodetic; GPS; Star; Higher Culmination.

INTRODUÇÃO

O desvio da linha vertical é a forma cómoda de caracterizar a diferença entre o campo gravitacional real e normal da Terra. Segundo (Zakatov, 1981), os desvios das linhas verticais assim como a altura do geóide (ou cuasegeóide) sobre o elipsóide de referência, se utilizam directamente para o estudo da figura da Terra.

Ao se utilizar os desvios das linhas verticais, se resolvem muitos problemas de redução em geodesia. Isto se deve ao facto que as observações estão directamente ligadas à linha vertical, enquanto o processamento matemático dos resultados das medições geodésicas se realizam na superfície do elipsóide, em que a linha principal de coordenadas é normal à superfície do elipsóide (Pellinen, 1989).

Através dos desvios das linhas verticais se estabelece uma relação simples entre as coordenadas astronómicas e as coordenadas geodésicas (Makcimov, 2002).

Existem três diferentes métodos para se determinar os desvios das linhas verticais a saber: gravimétrico, astrónomo-geodésico e o astrónomo - gravimétrico.

Este trabalho pretende mostrar a determinação do desvio da vertical no Campus da Universidade Agostinho Neto através do processo astrogeodésico, utilizando observações astronómicas e geodésicas.

Ademais, pretende-se desenvolver esta metodologia, levando em consideração dois importantes factores. O primeiro, a inexistência de pontos da rede astronómica e geodésica na área e arredores de estudo. Em segundo, o aprimoramento dos modelos da ondulação do geóide.

Através deste processo, serão obtidos os desvios da vertical que propiciarão futuramente o cálculo das distâncias entre o geóide e o elipsóide, e as ondulações geoidais.

MÉTODO ASTROGEODÉSICO

Este método de determinação do desvio da linha vertical, geralmente é aplicado em pontos da rede de triangulação e além demais devem ser conhecidas as coordenadas astronómicas exactas, a latitude e a longitude ($\varphi; \lambda$). Para a resolução rigorosa dos problemas de redução e para os cálculos das alturas dos pontos da Terra sobre o elipsóide de referência, devem ser conhecidas os desvios da linha vertical para cada ponto da triangulação de primeira ordem, e nas zonas montanhosas para os pontos de triangulação de segunda ordem. Esta exigência faz com que praticamente seja irrealizável o emprego do método astrogeodésico de dedução do desvio da linha vertical em territórios extensos.

De acordo com Shimbirev (1975), o desvio da linha vertical é geralmente caracterizado por suas projecções no plano do meridiano e na primeira vertical – as grandezas ξ ; η , respectivamente:

$$\left. \begin{aligned} \xi &= \varphi - B \\ \eta &= (\lambda - L)\cos\varphi \end{aligned} \right\} \quad (1);$$

onde φ - latitude astronómica do ponto; B - latitude geodésica do ponto; λ - longitude astronómica do ponto; L - longitude geodésica do ponto.

A fórmula (1) da dedução dos componentes do desvio da linha vertical, de acordo com Helmert (Souza, 2012), são válidas pelo facto do ponto estar na superfície física da Terra e não no geóide (Wolfgang, 2001).

Sendo assim, o desvio da vertical (θ) num ponto P na superfície terrestre fica determinado pela resultante de suas duas componentes ortogonais entre si (Zakatov, 1981) pela expressão:

$$\theta = \sqrt{(\xi^2 + \eta^2)} \quad (2);$$

onde, os valores das componentes do desvio da linha vertical (ξ, η) são definidos positivos quando a vertical (V) se acha ao Norte e a Oeste da normal geodésica (N), conforme ilustrado na figura 1.

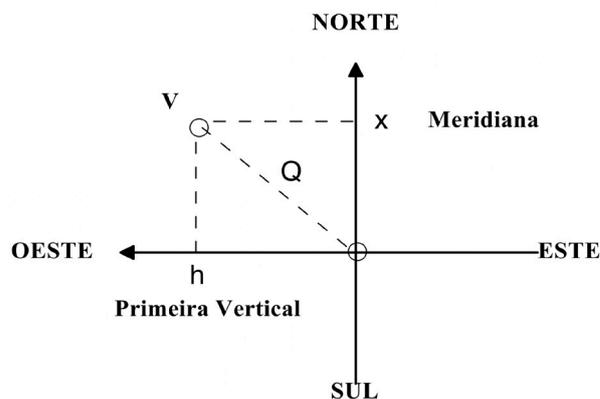


FIGURA 1. Sentido positivo das componentes do desvio da linha vertical. Fonte: (Souza, 2012)

INFLUÊNCIA DOS DESVIOS DAS LINHAS VERTICAIS

Nos levantamentos topográficos é necessário tomar em conta as inclinações das linhas verticais, quando na qualidade de pontos de apoio utilizam-se pontos astronómicos (pontos de Laplace). Supõe-se que no levantamento de um trapézio geodésico, os pontos de apoio são astronómicos e encontram-se posicionados no mesmo meridiano. A distância s entre os pontos na superfície do elipsóide de referência, no mesmo meridiano se determina pela fórmula:

$$s = M \frac{(B_2 - B_1)''}{\rho''} \quad (3);$$

onde $M = \frac{a(1-e^2)}{(1-e^2\sin^2B)^{3/2}}$ - raio de curvatura da elipse meridiana;

a - semi-eixo maior do elipsóide de referência;

b - semi-eixo menor do elipsóide de referência;

$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2}$ - primeira excentricidade;

B_i - longitude geodésica das extremidades da linha s ;

ρ'' - 206265.

Tendo em conta (1) e substituindo em (3) obtêm-se:

$$s = \left[\frac{(\varphi_2 - \varphi_1)''}{\rho} \right] M + \left[\frac{(\xi_1 - \xi_2)''}{\rho} \right] M \quad (4).$$

Se as componentes do desvio das linhas verticais no meridiano ($\xi_1; \xi_2$) são desconhecidos, então a utilização das latitudes astronómicas no lugar das latitudes geodésicas pela fórmula (3) provoca um erro na distância s de magnitude $\left[\frac{(\xi_1 - \xi_2)''}{\rho} \right] M$ de acordo com a fórmula (4).

Os mapas à escala 1000000 em Angola em que os limites dos meridianos e paralelos variam respectivamente de 6° e 4° , a componente da desvio das linhas verticais no meridiano pode atingir os valores de $5'' - 6''$ (Alves, 2012).

Supondo que $(\xi_1 - \xi_2)'' = 5''$, o erro da posição mútua relativa dos pontos astronómicos é igual $\frac{6371000 \cdot 5''}{206265''} = 154 \text{ m}$.

Desta forma quando $s=30 \text{ km}$, o erro relativo da distância calculada pelas coordenadas astronómicas será 1:200. Daqui pode-se concluir que na dita distância entre os pontos astronómicos, os últimos não podem controlar as bases dos levantamentos topográficos realizados com estações totais ou GPS, cujo as precisões são caracterizadas com menor erro relativo. Com o aumento da distância entre os pontos astronómicos, o erro relativo em sua posição recíproca será menor. Quando por exemplo $s=100 \text{ km}$, o erro relativo da distância determinada pelas coordenadas astronómicas será aproximadamente 1:700. Neste caso os pontos astronómicos já têm um valor de controlo conhecido e podem ser utilizados como apoio aos levantamentos topográficos (Podobed, 2002). Conclui-se então que as distâncias entre os pontos astronómicos para apoio aos levantamentos topográficos não devem ser menores que 70 – 100 km.

Mas todos estes erros no posicionamento dos pontos astronómicos, podem alcançar valores na ordem dos 100 metros. Por esta razão os pontos astronómicos não devem ser utilizados como pontos de apoio para levantamento topográficos para a elaboração de projectos técnicos de construção habitacional ou industrial. Os pontos de apoio astronómicos, servem como base de levantamentos para fins tais como o estudo topográfico geral de um território e a criação de planos topográficos para a elaboração de planos preliminares gerais de construção, de exploração de recursos naturais (Matveev, 2004).

Nas regiões de difícil acesso, durante a elaboração e actualização das cartas à escala 1: 100000, encontram-se bastantes dificuldades para a realização de trabalhos geodésicos e topográficos. Nestes casos a determinação dos pontos de apoio pelo método astronómico tem grandes vantagens organizacionais e económicas em relação os métodos geodésicos (Bolshakove, 2013).

Na prática pode surgir a necessidade de se realizar trabalhos topográficos de escala maior que 1:100000 em regiões significativamente distantes à rede geodésica de apoio estatal. Neste caso se não é possível realizar a intersecção com a rede de apoio estatal, há que desenvolver uma rede de apoio com origem e coordenadas local. Nestas circunstâncias para esta-

belecer as coordenadas do ponto inicial, é conveniente realizar determinações astronómicas das latitudes, longitudes e azimutes (Cachin, 1979).

MATERIAIS E MÉTODOS

Área de estudo

Cidade Universitária é um dos seis distritos urbanos constituintes do actual município de Talatona, contendo cinco bairros com as seguintes confrontações:

- A Norte Camama
- A Este Sapú 2
- A Sul estádio 11 de Novembro
- A Oeste Município de Belas

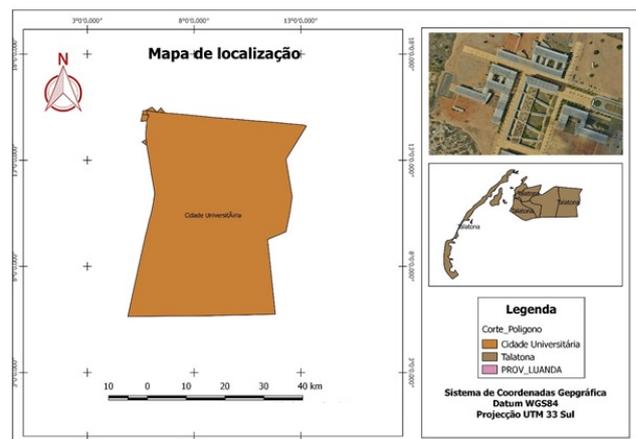


FIGURA 2. Mapa de localização da área de estudo - Campus da UAN. Fonte: (Kabaiaia, 2019)

A REDE DE AFERIÇÃO DO CAMPUS DA UAN

O Campus da UAN ocupa um espaço de 20,23 Km quadrados. O plano mestre, actualizado em 2009, foi concebido com foco na sustentabilidade, sendo implementado numa área semi-arenosa, mantendo virgem a maioria da vegetação. A fronteira do Campus é definida por uma rua elíptica e ruas radiais ou “Ruas do Saber” que parte das várias faculdades da UAN até ao centro em que se encontra a Biblioteca Central, o edifício mais alto do campus.

O Departamento de Engenharia Geográfica implantou na área de estudo uma rede para aferição dos instrumentos topogeodésicos apresentado na figura 3 composta de 4 pontos AF-1; AF-2; AF-3 ; AF- 4.



FIGURA 3. Rede de aferição da UAN.

MÉTODOS PARA A DETERMINAÇÃO DO DESVIO DA VERTICAL

Determinação das coordenadas geodésicas

Para a obtenção do desvio da vertical pelo método astrogeodésico, precisa-se primeiro obter as coordenadas geodésicas (latitude e longitude). O levantamento de campo consistiu na medição, com dois receptores GPS geodésicos Leica 500 (o equipamento, permite rastrear as portadoras L1 e L2 e os códigos C/A e P de até 12 satélites simultaneamente). Os marcos UAN -1 e UAN -2 (vide figura 3, linha a vermelho), foi empregado como estação base. Os pontos foram medidos duas vezes, em duas campanhas diferentes.

A primeira campanha foi realizada no dia 20 de Abril de 2018. Na tabela 1, apresenta-se o resumo dos levantamentos realizados, contendo o ponto ocupado, a data da ocupação, o dia GPS, a hora do rastreio e a taxa de gravação dos dados.

Tabla 1 - Informações da primeira campanha de campo.

Fonte: (Carvalho, 2018)

MARCO	DATA	DIA GPS	SEMANA	HORA	TAXA DE GRAVAÇÃO
			GPS		
UAN-1	20 ABRIL18	110	1997	8:00 -10:00	5s
UAN-2	20 ABRIL18	110	1997	8:00 -10:00	5s

A segunda campanha foi realizada no dia 27 de Abril de 2018. Na tabela 2, apresenta-se o resumo do levantamento realizado, contendo o ponto ocupado, a data da ocupação, o dia GPS, a hora do rastreio e a taxa de gravação dos dados.

Tabla 2 - Informações da segunda campanha de campo.

Fonte: (Carvalho, 2018)

MARCO	DATA	DIA GPS	SEMANA	HORA	TAXA DE GRAVAÇÃO
			GPS		
UAN-1	27 ABRIL18	117	1998	8:00 -10:00	5s
UAN-2	27 ABRIL18	117	1998	8:00 -10:00	5s

Os dados colectados, foram pós-processados utilizando-se o programa Leica GeoOffice.

Do processamento foram obtidas as coordenadas geodésicas (Latitude; Longitude), o DOP (Dilution of precision), o RMS (erro médio quadrático) e as diferenças tridimensionais, entre as coordenadas UAN-1 ; UAN-2.

Coordenadas astronómicas

Para a determinação das coordenadas astronómicas, tomou-se a opção de se observar a linha meridiana os marcos UAN -1 e UAN -2 (vide figura 3, linha vermelha).

Devido o facto da linha propositadamente ter sido implantada na linha meridiana, para o presente trabalho elimina-se a componente da primeira vertical, ficando o desvio da vertical igual a componente meridiana ($\theta=\xi$). Esta decisão foi tomada por não existir condições de observações nem condições logísticas para a determinação das longitudes astronómicas.

Para as observações astronómicas, foi usado teodolito de fabrico chinês com características técnicas idênticas ao teodolito WILD T2 de leitura directa de 1" munido de ocular de cotovelo e todos acessórios pertinentes as observações nocturnas.

Uma estrela culmina quando sua altura atinge um valor extremo. Isso ocorre duas vezes ao longo do dia sideral: na culminação inferior, sua altura é mínima (ângulo horário $H = 180^\circ$) e na culminação superior sua altura é máxima ($H = 0^\circ$). Esta última situação é a mais favorável para observá-la.

Em ambas as culminações, a estrela está contida no plano meridiano do observador e sua velocidade zenital é nula, ou seja, a estrela no instante da culminação se move apenas em azimute.

Uma outra vantagem de se observar uma estrela durante sua culminação superior é o facto de que, neste caso, não se precisa da trigonometria esférica para estabelecer as relações entre as diferentes coordenadas da estrela e as coordenadas do observador. Todas as relações se simplificam, pois o triângulo esférico da estrela deixa de existir, já que o polo, zênite e o astro estão todos alinhados

sobre o meridiano astronómico (Mueller, 1989).

Para os observadores no hemisfério sul, por exemplo, se o astro culmina a sul do zênite (ou seja com azimute $A = 180^\circ$), tem-se a seguinte relação entre sua declinação (δ), sua distância zenital mínima [$z(\min)$] e a latitude astronómica do observador (φ):

$$\delta = \varphi - z(\min) \quad (5).$$

Caso a estrela culmine a norte do zênite ($A=0^\circ$), pode-se escrever:

$$\delta = \varphi + z(\min) \quad (6).$$

Basta, portanto, determinar o valor da distância zenital $z(\min)$ na culminação de uma estrela de declinação (δ) conhecida para determinar a latitude astronómica (φ). Um problema, contudo, é saber o exacto instante em que a estrela culmina. Isso é equivalente a determinar a direcção norte-sul com precisão, já que o meridiano astronómico passa por estes pontos cardeais, além do zênite.

A maneira de se determinar a posição do meridiano astronómico e a latitude é observar um astro com o teodolito aproximadamente meia hora antes até meia hora depois de sua culminação superior, anotando a leitura do círculo vertical (LV) e a leitura do círculo horizontal (LH) para diferentes instantes. Espera-se que se satisfaça a relação do tipo: $LV=a$

$LH^2+bLH+c$ (7), já que como é sabido a trajectória do astro é uma curva do segundo grau (Felipe, 2009).

Ao ajustar a parábola nestes pontos pelo método dos mínimos quadrados (Markuze, 2005) determina-se os coeficientes a , b e c , pode-se então inferir o valor de LH para o qual LV é mínimo. Assim basta tomar a derivada dLV/dLH da equação (7) da parábola e igualá-la a zero (Piskunov, 1977):

$$LH=-b/2a \quad (8).$$

O valor de $LH(LV_{min})$ corresponde ao instante da passagem meridiana, tendo assim um azimute de 0° ou de 180° , dependendo de a estrela culminar a norte ou a sul do zênite, respectivamente. Assim, qualquer outra leitura LH que tenhamos, como por exemplo, a leitura de uma mira fixa qualquer, pode ser convertida em um valor de azimute. Além disso, o valor mínimo de LV , obtido substituindo na equação (7) da parábola, permite determinar a latitude astronómica do ponto de observação (φ) (Santiago & Salviani, 2005). Este valor é:

$$LV(\min) = -\frac{b^2}{4a} + c \quad (9)$$

Para a determinação dessas incógnitas foram realizados os seguintes procedimentos:

- Escolha dos alvos a serem medidos;
- Instalação, preparação dos equipamentos e leitura dos ângulos;
- Observação e medição dos ângulos horizontais e verticais do tempo cronometrados;
- Cálculo da posição do meridiano astronômico e da latitude do local de observação.

Para a escolha do alvo, antes do início dos trabalhos, foi definida um astro brilhante que culminasse durante o intervalo de hora legal disponível para as observações astronómicas. Para isso, inicialmente, foi obtida a longitude aproximada do local, o intervalo disponível para observação e o intervalo de hora sideral correspondente.

Para a o ponto de observação a longitude é de $13^\circ 16' 45,79''$ e o intervalo de observação, em hora legal, foi compreendido entre as 19:58 horas e 21:01 horas do dia 25 de Maio de 2018.

A seguir foi determinado o intervalo de hora sideral correspondente ao intervalo de hora legal, fazendo-se a conversão de hora legal para hora solar local e, após transformou-se a hora solar local em hora sideral.

Segundo (Gemael, 1980) a hora solar local do intervalo é dada por:

$$M=HL+(\lambda_c-\lambda), \quad (10)$$

onde:

M - hora solar local;

HL - hora legal;

λ_c = Longitude do meridiano central da zona cartográfica do local da observação;

λ = Longitude do observador.

Sendo a longitude do observador igual a $13^\circ 16' 45,79''$, e Angola possuir o fuso horário padrão UTC/GMT +1 hora:

$$M_1=19 \text{ h } 58 \text{ m} + (15^\circ-13^\circ 16' 45,79'')$$

$$M_2=21 \text{ h } 01 \text{ m} + (15^\circ-13^\circ 16' 45,79'')$$

Então, para o intervalo de observações:

$$M_1=20 \text{ h } 04 \text{ m } 52,95 \text{ s}$$

$$M_2=21 \text{ h } 07 \text{ m } 52,95 \text{ s}$$

onde: M_1 - hora solar local para o início das observações;

HL_1 - hora legal local para o início das observações;

M_2 - hora solar local para o final das observações;

HL_2 - hora legal local para o final das observações.

A conversão de hora sideral para a hora solar local será dada por:

$$S_1=S_0+(M_1+\lambda)f+ M_1 \quad (11).$$

Onde:

S_1 - hora sideral para a hora solar local

S_0 - hora sideral de Greenwich no tempo universal $TU=0$ h na data da observação, retirada do Almanaque Universal.

M_1 - hora solar local

λ - longitude do observador

f - factor de conversão de hora solar para hora sideral obtido pela proporção:

$$\Delta S/\Delta M=24 \text{ h}/23 \text{ h } 56 \text{ m } 04 \text{ s}=1,00273790926)=1+f.$$

Então, $f=0,00273790926$, pode-se considerar $f=0$, uma vez que no caso presente pretende-se apenas os instantes aproximados da hora sideral.

$$\text{Logo: } S_1=S_0+(M_1+\lambda)f+ M_1$$

$$S_1=12 \text{ h } 04 \text{ m } 24,0 \text{ s},$$

$$S_2=13 \text{ h } 07 \text{ m } 35,0 \text{ s},$$

onde:

S_1 - tempo sideral para o início das observações;

S_2 - tempo sideral para o final das observações.

Determinado os tempos siderais, encontra-se a estrela brilhante com ascensão recta (α) igual a hora sideral. Para tal, foi consultado o site www.heavens-above.com (Carvalho, 2018). A estrela rastreada, no intervalo disponível foi a ACRUX-ALFA1 CRUCIS – CONSTELAÇÃO CRUZEIRO SUL.

Os dados anotados para a estrela foram:

Declinação $\delta=-63^\circ 03'$

Ascensão recta $\alpha=12 \text{ h } 27 \text{ m}$

Azimute $-180^\circ 00'$

Altitude $-35^\circ 51'$

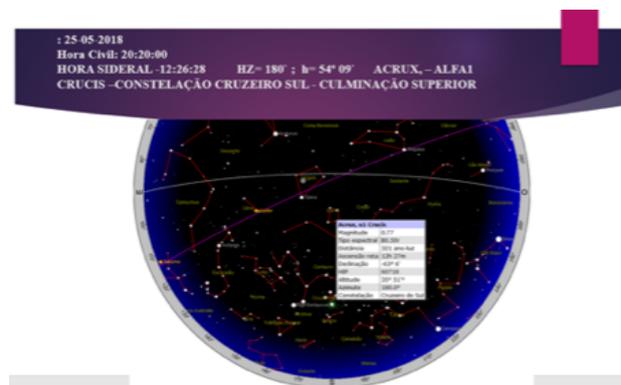


FIGURA 4. O astro ACRUX, -ALFA1 CRUCIS em culminação superior

Uma vez definida a estrela, é importante que se anotem suas coordenadas equatoriais α e δ , sua magnitude e sua cor (ou tipo espectral), além do nome e/ou designação.

Estes dados visam a facilitar o reconhecimento da estrela-alvo na abóboda celeste, bem como são importantes do ponto de vista de descrição das observações.

As coordenadas do ponto estação são:
LATITUDE:08° 56' 29,31" SUL; LONGITUDE:13° 16' 45,79" ESTE

O nivelamento do instrumento consiste em fazer com que a base do teodolito coincida com o plano horizontal do local de observação.

Sendo que na determinação de coordenadas astronómicas, é necessário determinar valores de distância zenital, as leituras de posição vertical do teodolito sofrem um erro, a que se chama de erro zenital do instrumento. Este erro, Z_0 , pode ser determinado por leituras verticais de um ponto de orientação, obtidas com a luneta do teodolito tanto na posição directa quanto inversa. Sejam LVD e LVI estas medidas, respectivamente. Ter-se-á então:

$$Z_0 = \frac{L_{VD} + L_{VI} - 360}{2} \quad (12)$$

Antes do início das medições, orientou-se o aparelho, em seguida colocou-se a bandeirola num ponto de orientação e fez-se as leituras dos ângulos horizontais e verticais com o limbo à esquerda e a direita. Sempre que o aparelho fosse apontado para um novo alvo, era realizado o ajuste do foco da luneta dos fios do estadimétricos.

Para efectuar as leituras, procedeu-se da seguinte maneira:

- Focou-se o alvo na luneta do teodolito até a posição em que a mesma ficasse no centro dos fios do retículo;
- Fez-se o ajuste das linhas da escala directa e invertida até que as linhas verticais ficassem perfeitamente alinhadas no painel de leitura superior (coincidência dos marcos das escalas);
- A cada leitura de ângulo foi anotada a hora legal correspondente lida no cronómetro em horas, minutos e segundos, sendo que o astro era observado a cada 3 minutos.

Para determinar a latitude do meridiano astronómico através da culminação de uma estrela, inicialmente, procedeu-se a leitura horizontal da direcção, que, nesse caso, era uma bandeirola fixa num ponto. Em seguida, foram tomadas varias medidas do ângulo horizontal (LH) e Vertical (LV) da estrela aproximadamente entre meia hora antes e meia hora após a culminação da mesma. As leituras dos ângulos foram feitas mirando-se o teodolito para o astro, fixando o mesmo no centro da luneta, onde foram lidos e anotados os ângulos horizontais e verticais. A cada leitura foram tomados os diferentes instantes cronométricos (H).

RESULTADOS E DISCUSSÕES

As linhas de base foram processadas no modo estático empregando-se todas as informações colectadas nas duas campanhas, para obter as coordenadas de cada ponto. Elas serão consideradas precisas visando a comparação dos resultados dos processamentos realizados na sequência. A resolução das coordenadas em regime estático foi determinado as coordenadas geodésicas das estações UAN-1 e UAN-2 no elipsoide WGS- 84 que se apresenta na tabela 3.

Tabla 3 - Coordenadas geodésicas das estações UAN-1 e UAN-2
Fonte: (Carvalho, 2018)

MARCO	LATITUDE GEODÉSICA	LONGITUDE GEODÉSICA
UAN-1	8° 56' 29,31''	13° 16' 45,79''
UAN-2	8° 56' 29,39''	13° 16' 45,79''

Determinadas as coordenadas geodésicas das estações UAN-1 e UAN-2, passou-se na determinação da latitude astronómica da estação UAN-1. Feitas as calibrações, rastreou-se a estrela Aprux-Alfa1 Prupis (Cruzeiro Sul) durante um intervalo de tempo de 60 minutos, no dia 25 de Maio de 2018. Os valores observados apresentam-se na tabela 4.

Tabla 4 - Valores observados da estrela Aprux-Alfa1 Crucis (Cruzeiro Sul)
Fonte: (Carvalho, 2018)

ESTRELA - ACRUX , ALFA 1 CRUCIS; CONSTELAÇÃO CRUZEIRO SUL		
HORA	DISTANCIA ZENITAL	ANGULO
	(LV)	HORIZONTAL (LH)
19 H 58 M	54,000000	7,033333
20 H 01 M	53,966670	7,400000
20 H 04 M	53,950000	7,750000
20 H 07 M	53,916667	8,183333
20 H 10 M	53,883333	8,533333
20 H 13 M	53,883333	9,033333
20 H 16 M	53,850000	9,450000
20 H 19 M	53,850000	9,883333
20 H 22 M	53,850000	10,283333
20 H 25 M	53,866667	10,716667
20 H 28 M	53,866667	11,116667
20 H 31 M	53,883333	11,533333
20 H 34 M	53,900000	11,883333
20 H 37 M	53,933333	12,483333
20 H 40 M	53,950000	12,816667
20 H 43 M	54,000000	13,233333
20 H 46 M	54,033333	13,616667
20 H 49 M	54,083333	14,050000
20 H 52 M	54,133333	14,416667
20 H 55 M	54,166667	14,833330
20 H 58 M	54,250000	15,220000
21 H 01 M	54,333333	15,666667

Dos valores observados construiu-se o gráfico da trajectória da da estrela Aprux-Alfa1 (figura 5), Prupis (Cruzeiro Sul) durante um intervalo de tempo de 30 minutos prévios e posteriores à culminação superior.

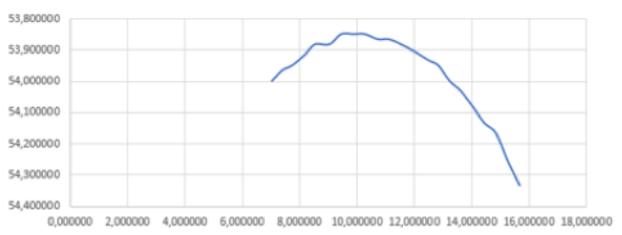


FIGURA 5. Trajectória da estrela Aprux - Alfa1 Crucis (Cruzeiro Sul)
Fonte: (Carvalho, 2018)



FIGURA 6. Trajectória ajustada estrela Aprux-Alfa1 Cruzis (Cruzeiro Sul)
Fonte: (Carvalho, 2018)

Observa-se da figura 5, que é necessário ajustar a parábola pelo método dos mínimos quadrados (tabela 5).

Tabla 5 - Ajuste da parábola pelo método dos mínimos quadrados
Fonte: (Carvalho, 2018)

(X) – LH	7,033333	7,400000	7,750000	8,183333	8,533333	9,033333	9,450000
F(X) – LV	54,000000	53,966670	53,950000	53,916667	53,883333	53,883333	53,850000
X ²	49,467773	54,760000	60,062500	66,966939	72,817772	81,601105	89,302500
X ³	347,923321	405,224000	465,484375	548,012762	621,378298	737,129955	843,908625
X ⁴	2447,060574	2998,657600	3607,503906	4484,570918	5302,427932	6658,740352	7974,936506
F(X) * (X)	379,799982	399,353358	418,112500	441,218040	459,804424	486,746090	508,882500
F(X) * X ²	2671,259747	2955,214849	3240,371875	3610,634149	3923,664262	4396,939519	4808,939625
9,883333	10,283333	10,716667	11,116667	11,533333	11,883333	12,483333	12,816667
53,850000	53,850000	53,866667	53,866667	53,883333	53,900000	53,933333	53,950000
97,680271	105,746938	114,846952	123,580285	133,017770	141,213603	155,833603	164,266953
965,406648	1087,430973	1230,776536	1373,800878	1534,138237	1678,088271	1945,322756	2105,354836
9541,435380	11182,414809	13189,822289	15272,086887	17693,727159	19941,281726	24284,111758	26983,631844
532,217482	553,757482	577,271133	598,817799	621,454423	640,511649	673,267756	691,459185
5260,082604	5694,472589	6186,422497	6656,858070	7167,440801	7611,413212	8404,625592	8862,202114

Do processamento da parábola pelo método do mínimo quadrado pode – se obter o sistema de equação normal:

$$\begin{pmatrix} 22,000000 & 249,136662 & 2974,063008 \\ 249,136662 & 2974,063008 & 37136,129553 \\ 2974,063008 & 37136,129553 & 481089,493863 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1187,550002 \\ 13453,700032 \\ 160673,776554 \end{pmatrix} \quad (13)$$

$$\begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 55,456586 \\ -0,315620 \\ 0,015513 \end{pmatrix} \quad (14)$$

A equação ajustada da trajectória da da estrela Aprux, Alfa1 Cruzis (Cruzeiro Sul) será dada pela expressão:

$$F(X)=0,01531X^2-0,315620X+55,456586 \quad (15)$$

Substituindo na expressão (15) as grandezas observadas (LH) da tabela 4 obtém-se os valores da função ajustada, cuja a trajectória está indicada na figura 6.

Com a trajectória ajustada calculou-se o momento de passagem do astro em culminação superior. Para tal basta inferir o valor de LH (leitura do ângulo horizontal) para o qual LV (leitura do ângulo vertical) é mínimo. Basta tomar a derivada $(\partial LV/\partial LH)=0$. Ter-se-á, então o momento de passagem do astro em culminação:

$$LH = \frac{-b}{2a} = 180^{\circ}00'07,82''$$

O azimute astronómico da direcção UAN1 - AFI é $(180^{\circ}00'01,30'' - 66^{\circ}57'36,00'' = 113^{\circ}02'24,30''$.

O valor mínimo de LV, obtido substituindo $\frac{-b}{2a}$ na parábola ajustada, permite determinar a latitude astronómica \varnothing do ponto de observação UAN1. Este valor é:

$$LV_{min} = \frac{-b^2}{4a} + c = 8^{\circ}56'33,79''.$$

O desvio da vertical igual a componente meridiana $(\delta=\epsilon)=4'',48$.

CONCLUSÕES

O desenvolvimento do trabalho ofereceu uma base teórico e prática, pois em Angola não ou quase se dispõe de trabalhos relacionados com Geodésia Física.

O estudo detalhado dos conceitos e propriedades que envolveu a determinação da inclinação da linha vertical pelo método astrogeodésico no Campus Universitário possibilitou determinar as coordenadas geodésicas através de observações do Sistema Global de Posicionamento GPS.

Além demais foi possível determinar as coordenadas astronómicas do ponto UAN-1 pela observação da estrela Aprux - Alfa1 Prupis (Cruzeiro Sul) em culminação superior, que por sua vez permitiu determinar o desvio da linha vertical do ponto UAN-1.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] ALVES. (2012). *Tese de Doutoramento- Elaboração de uma Metodologia para a Modernizaçã da Rede Geodésica de Luanda com a Tecnologia de Observação de Satélites*. RÚSSIA- Moscovo: MIIGAiK.
- [2] BOLSHAKOVE. (2013). *Consultório rápido de geodesia*. RÚSSIA-MOSCOVO: MIR.
- [3] CACHIN. (1979). *Construção clássica das redes astronomas-geodésicas na Rússia e nas Repúblicas Soviéticas*. RÚSSIA: CARTGEOCENTRE- GEODEZISDAT. Carvalho, A. d. (5 de Maio de 2018). Heavens- Above. Obtido de www.heavens-above.com: <http://www.heavens-above.com>
- [4] DETERMINAÇÃO DA INCLINAÇÃO DA LINHA VERTICAL COM UTILIZAÇÃO DO GPS /GLONASS. (2002). RÚSSIA: NEDRA.
- [5] FELIPE. (2009). *Topografia e astronomia de posição para engenheiros e arquitectos*. BRASIL - SÃO PAULO: McGraw-hill.
- [6] GEMAEI. (1980). *Astronomia esférica*. Curitiba, Brasil: UFRR.
- [7] KABAIAAIA. (2019). *Determinação do desvio da linha vertical com o uso do método astrogeodésico no campus da UAN*. Luanda: UAN.
- [8] MAKCI MOV. (2002). *Determinação da inclinação da Linha Vertical com GPS/GLONASS*. RÚSSIA: MIR.
- [9] MARKUZE. (2005). *Teoria Matemática de Processamento de Medições Geodésicas*. RÚSSIA - MOSCOVO: MIIGAiK.
- [10] MATVEEV. (2004). *Novo tipo de apoio das redes geodésicas*. Conferência Científica Internacional pelos 225 anos do MIIGAiK (pp. 16-17). RÚSSIA-MOSCOVO: MIIGAiK.
- [11] MUELLER, I. (1989). *Spherical and practical astronomy*. USA: Copyright by Frederick Ungor Publishing Co, Inc.
- [12] PELLINEN. (1989). *Cálculo da linha vertical e da altura do quasegeóide em zonas montanhosas*. RÚSSIA: CNII-GAiK.
- [13] PESHEKHONOV. (2017). *Modern Technologies and Methods for measuring the Earth's*. RÚSSIA: MIR.
- [14] PISKUNOV. (1977). *CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL*. RÚSSIA- MOSCOVO: MIR.
- [15] PODOBED. (2002). *Astronomia Geral*. RÚSSIA - MOSCOVO: NAÚKA.
- [16] SANTIAGO, B., & SALVIANI, A. (2005). *Astronomia Geodésica*. Brasil: UFRGS.
- [17] SHIMBIREV. (1975). *Theory of the Earth's*. RÚSSIA - MOSCOVO: NEDRA.
- [18] SOUZA. (2012). *Determinação dos Componentes do Desvio da Vertical pelo Método de Helmert*. Anais IV Simpósio Brasileiro de Ciências Geodésicas e Tecnologias da Geoinformação, 2-7.
- [19] WOLFGANG. (2001). *Geodesy*. Germany- Berlim: Werner Hildebrand.
- [20] ZAKATOV. (1981). *Curso de Geodesia Superior*. RÚSSIA: MIR.

